

Variablen als unbekannte

1) Verstehensgrundlage

- a) Welche Verstehensgrundlage zu Variablen wird durch diese Aufgabe angesprochen? Begründen sie kurz.

Ein Kind löst folgende Aufgabe: $_ + 5 = 12$

Er sagt: „ich muss die Zahl finden, die in die Lücke gehört“

Die Aufgabe spricht die Verstehensgrundlage „Variable als unbekannte Zahl“ an. Die Lücke bzw. Variable steht für eine bestimmte, aber noch unbekannte Zahl, die durch Lösen der Gleichung bestimmt werden soll. Das Kind erkennt, dass eine Zahl gesucht wird, die die Gleichung erfüllt. Die Variable besitzt also einen festen Wert und dient als Stellvertreter einer unbekannten Zahl. Dies entspricht der Definition der Variable als unbekannte Zahl.

- b) Ergänzen sie eine weitere Aufgabe, mit der dieselbe Verstehensgrundlage gefördert wird. Bearbeiten sie diese und erklären sie kurz, wieso sie geeignet ist.

$$\begin{aligned} 3 + x &= 12 \\ x &= 12 - 3 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Die Aufgabe fördert das Verständnis der Variable als unbekannte Zahl, weil x für genau eine noch unbekannte Zahl steht. Diese muss durch Lösen der Gleichung gefunden werden, sodass die Gleichung richtig ist.

2) Diagnose

- a) Wie erklären sie sich diese Lösung? Ordnen sie den Fehler einem Gegenstand der Diagnose zu und begründen sie ihre Zuordnung.

Ein Kind soll die Gleichung $x + 7 = 15$ lösen.

$$x + 7 = 15$$

$$x = 22$$

Das Kind hat die Gleichung $x + 7 = 15$ mit $x = 22$ gelöst. Dies deutet darauf hin, dass es die Bedeutung der Variablen als unbekannte Zahl noch nicht verstanden hat. Vermutlich addiert das Kind die beiden bekannten Zahlen 15 und 7, anstatt zu überlegen, welche Zahl zu 7 addiert 15 ergibt. Der Fehler ist dem Diagnosegegenstand Falsche Umkehroperation zuzuordnen. Das Kind erkennt noch nicht, dass die Variable einen gesuchten Wert repräsentiert, der durch Umformen der Gleichung bestimmt werden muss.

- b) Welchen nächsten Impuls würden Sie dem Kind im Unterricht geben? Begründen sie Ihre Entscheidung.

Ich würde mit einem Waagenmodell oder mit dem Knack-die-Box-Modell arbeiten. Dabei wird deutlich gemacht, dass auf beiden Seiten der Gleichung Gleichgewicht herrscht und auf beiden Seiten dieselben Operationen durchgeführt werden müssen. So kann das Kind nachvollziehen, dass zunächst auf beiden Seiten 7 entfernt wird und anschließend der Wert der Variablen bestimmt werden kann. Dadurch wird das Verständnis der Variablen als unbekannte Zahl gefördert.

3) Fördern

a) Nennen sie die drei Förderstufen und erklären sie diese kurz.

Die erste Förderstufe heißt Nachvollziehen. Hier beobachten die Kinder einen Lösungsweg und führen ihn Schritt für Schritt nach.

Die zweite Förderstufe heißt Vorstellen. Die Kinder stellen sich den Lösungsweg gedanklich vor und lösen Aufgaben ohne konkrete Materialien.

Die dritte Förderstufe heißt Erklären. Die Kinder begründen und erklären mathematische Lösungswege mit eigenen Worten und zeigen, dass sie die Vorgehensweise verstanden haben.

b) Ordnen sie die folgenden Aufgaben den drei Förderstufen zu und begründe kurz.

A: Ein Kind löst die Gleichung $2x + 4 = 10$ mit einer Waage und entfernt auf beiden Seiten zunächst vier Plättchen. Beobachten sie das Vorgehen.

B: Ein Kind löst die Gleichung $4x - 2 = 10$ mit den schritten

$$4x - 2 = 10$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

Erklären sie anhand des Waagenmodells, warum diese Lösung richtig ist.

C: Stellen sie sich eine Waage vor. Links liegen 3 Kästchen und 6 Plättchen, rechts 18 Plättchen. Bestimmen sie im Kopf den Wert eines Kästchens.

Aufgabe A: Nachvollziehen

Das Kind beobachtet den Lösungsweg mit der Waage und verfolgt die einzelnen Handlungsschritte. Es vollzieht den bereits dargestellten Lösungsweg nach.

Aufgabe B: Erklären

Das Kind erklärt anhand des Waagenmodells, warum die einzelnen Umformungen der Gleichung richtig sind. Dadurch begründet es den mathematischen Lösungsweg.

Aufgabe C: Vorstellen

Das Kind stellt sich die Waage nur noch gedanklich vor und löst die Aufgabe im Kopf. Es arbeitet ohne konkretes Material und entwickelt innere Vorstellungen des Lösungsprozesses.